

## Esercitazione 21 ottobre 2015

### Matematica Applicata Ingegneria Biomedica

Patricia Díaz de Alba

1. Si ortonormalizzino i seguenti vettori mediante il procedimento di Gram-Schmidt

$$w_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, w_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, w_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Si consideri, inoltre, la matrice  $A = [w_1, w_2, w_3]$  e si dica se è invertibile. Sfruttando poi i calcoli fatti, e motivando la risposta, si dica se le matrici  $B = [w_2, w_1, w_3]$  e  $C = [w_2, w_3, w_1]$  sono invertibili.

2. Si dica se la seguente matrice è ortogonale.

$$A = \begin{bmatrix} 1/3 & 2/3 & 2/3 \\ 2/3 & 1/3 & -2/3 \\ -2/3 & 2/3 & -1/3 \end{bmatrix}$$

Determinare, inoltre, i valori del parametro  $\alpha$  che rendono ortogonale la matrice

$$Q = \begin{bmatrix} \alpha & 1/2 & -\sqrt{3}/2 \\ \alpha & \sqrt{3}/2 & 1/2 \\ 1 & \alpha & \alpha \end{bmatrix}$$

e si calcoli la norma con indice 1, 2 e  $\infty$  delle tre colonne.

3. Assegnate le matrici

$$L = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -4 & 1 \\ 3 & 7 & 5 & 2 \\ 1 & -2 & 6 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}, M = \begin{bmatrix} 4/11 & 2/11 & 5/11 & -8/11 \\ -19\alpha & 1/11 & -3/11 & 5\alpha \\ -1/7 & \beta & \beta & 1/7 \\ 52\alpha & -1/11 & 3/11 & 39\alpha \end{bmatrix}$$

si determinino i valori dei parametri  $\alpha$  e  $\beta$  che rendono la matrice  $M$  l'inversa di  $L$ . Si calcoli  $\det(L)$  e  $\det(L^{-1})$ . Infine, posto  $u = (-1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, \frac{1}{4})^T$  e  $v = Lu$ , si calcoli  $\|v\|_1$ ,  $\|v\|_2$  e  $\|v\|_\infty$ .

4. Si consideri la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \alpha & 3 \\ -2 & 2 & \alpha \\ \alpha & 1 & 2\alpha \end{bmatrix}$$

e si dica per quali valori di  $\alpha$  la matrice è singolare.